

Hvordan løse Rubiks kube

Mari Røysheim
`mariroy@student.matnat.uio.no`

17. juli 2013

Innledning

Hvis du ikke er interessert i en aldri så liten innledning, kan du med god samvittighet droppe denne seksjonen. Her kommer det bare litt fakta om kuben, for de som måtte være interessert i sånt.

Ernő Rubik er en ungarsk skulptør og arkitekturprofessor som i 1974 fant opp det vi i dag omtaler som Rubiks kube. Mange varianter er å oppdrive, men den mest kjente er nok terningen med $3 \times 3 \times 3$ ruter.

Den består av totalt 54 ruter i 6 ulike farger, og kubens i seg selv er bygget opp av 26 mindre kuber. 20 av disse er flyttbare, mens den lille kubens i midten på hver side, er låst fast.

Rubiks kube ble for alvor populært på det internasjonale markedet i 1980, og fra 1980 til 1982 ble det solgt over 100 millioner eksemplarer på verdensbasis.

Det er mye matematikk i en Rubiks kube. Totalt finnes det i overkant av 43 trillioner mulige posisjoner for brikkene som utgjør kubens (matematisk kalles disse ulike posisjonene en permutasjon. Et eksempel på en permutasjon, er måten kortene i en kortstokk er ordnet på. Ligger det for eksempel et spæss på toppen av stokken, og du flytter dette esset et annet sted, har du laget en ny permutasjon. Så kan du flytte ett annet kort (eller flere) til et annet sted i stokken, og du har nok en ny permutasjon).

Til tross for den ufattelige variasjonen som er mulig å oppnå, er det bevist (etter 3 ukers beregninger med verdens kraftigste datamaskiner) at det er mulig å løse Rubiks kube med så lite som 15 trekk. Det er viktig å påpeke at det ikke er mulig å løse enhver permutasjon med så få trekk: men det finnes noen permutasjoner som gjør dette mulig.

Det dere kan lære i dette heftet, er en algoritme som funker uansett hvordan kubens din ser ut. Lærer du denne framgangsmåten, er du i stand til å løse kubens på maksimalt 27 trekk - uansett!

Verdensrekorder

- Australieren Feliks Zemdegss løste i 2011 $3 \times 3 \times 3$ -kubens på **5.66 sekunder**
- Marcell Endrey fra Ungarn har verdensrekorden i å løse kubens i blinde, og med memorering av kubens før selve løsningen, brukte han **27.65 sekunder**

- Polakken Michal Pleskiewicz har løst kuben med én hånd på **9.53 sekunder**
- Til sist må nevnes at en gærning fra Indonesia har løst kuben med føttene på **27.93 sekunder**

Algortimer

En algortime er et litt mer fancy navn for oppskrift.

Når du skal løse Rubiks kube, bruker du et sett med algortimer, som sørger for at du til slutt ender opp med å ha alle fargene samlet på hver sine respektive sider.

Du kan se på det som en kakeoppskrift: først må du skru på ovnen slik at denne blir varm nok til kaka skal inn. Så må du piske eggedosis, før du vender inn mel og bakepulver. Deretter heller du røra i ei form, og setter denne i ovnen. Etter en gitt tid, tar du kaka ut, lar den avkjøles på kjøkkenbenken, før du helt til slutt smører på glasur. Gjør du som oppskriften sier, smaker kaka slik kaker skal smake, og alle blir fornøyde.

Men tenk hvis du nå gjør følgende:

Du fyller først kakeforma med glasur. Deretter heller du oppi mel og bakepulver, før du tilsetter eggene og sukkeret.

Du rører ikke om, men setter forma direkte inn i ovnen (som ikke er forvarmet), og tar kaka ut igjen etter den tiden som er gitt i oppskriften.

Det er åpenbart at dette resultatet ikke vil være det samme som i det første eksempelet.

Slik er det med Rubiks også: alt til sin tid. Du er nødt til å følge algortimene, hvis ikke vil du aldri ende opp med løst kube.

De algortimene som beskrives i dette heftet, vil **alltid** lede deg fram til en løst kube (såfremt ingen har vært kjipe med deg, og bevisst satt sammen kubene på en slik måte at den aldri kan løses). Det er med andre ord irrelevant hva slags utgangspunkt du starter med! Følger du algoritmene, vil du alltid være i stand til å imponere publikummet med en løst kube.

Det skal sies, at de som løser Rubiks på 15 sekunder, ikke bruker denne løsningsmetoden. Det finnes mange algortimer som kan brukes, som avhenger av hvordan kubene din ser ut (hva slags permutasjon du har). Det finnes med andre ord mer tidseffektive løsningsmetoder, men kommende algoritmer er

passende for deg som aldri har løst Rubiks før. Så kan du eventuelt avansere, når du føler at denne metoden sitter godt.

Løsningsstrategi

Det du i prinsippet gjør når du løser Rubiks kube, er å bytte plass på alle klossene som hele kuben er bygget opp av. Alle klossene lar seg flytte på, så nær som den i midten.

Algoritmene du følger, bytter plass på brikkene i en slik rekkefølge at dine påfølgende trekk, aldri vil ødelegge dine forrige. Underveis i en algoritme kan det se ut som du har ødelagt **alt**, men hold hodet kaldt: algoritmen sørger for at du ender opp ett skritt nærmere løsningen enn da du startet.

Her er en kjapp gjennomgang av hvordan man arbeider for å løse kuben (det kan være greit å se tilbake på dette når du har løst kuben et par ganger, da vil du forstå mer):

- Du må først bestemme deg for hvilken farge du vil starte med
- Deretter lager du et kryss av denne fargen
- Så fyller du ut hjørnene på denne siden på en bestemt måte (du ha nå én side som er helt riktig, mens det er kaos på resten av kuben)
- Neste steg er å fylle ut det første laget under topplokket
- Deretter fyller du ut det andre
- Så lager du et kryss på motsatt side av den siden du begynte med
- Helt til slutt, fyller du ut hjørnene

Terminologi og begreper

Du må lære deg noen enkle uttrykk for å klare å lese (og tolke) algoritmene. Les denne seksjonen, og kom tilbake til den etterhvert som du prøver deg på de første stegene av kubeløsningen.

Jeg planlegger også å legge ut en video i gruppa på Facebook, som forhåpentligvis vil klargjøre en del.

Inntil denne videoen kommer ut, kan du ta en titt på <http://rubik.storflor.com/start/>. Det kan kanskje hjelpe på forståelsen av hva som menes med begrepene under.

Left, Right, Up, Front

Det er avgjørende at de sidene som beskrives under, alltid er de samme: Det vil si at hvis du velger å holde kubens slik at rød side peker opp, så vil den røde siden alltid tilsvare UP.

- Den siden som peker mot deg, kalles FRONT (forkortes F).
- Den siden som peker opp i taket, kalles UP (forkortes U).
- Den siden som peker ned i gulvet, kalles DOWN (forkortes D).
- Den siden som peker ut mot venstre, kalles LEFT (forkortes L).
- Den siden som peker ut mot høyre, kalles RIGHT (forkortes R).

Clockwise, Counter Clockwise

Når vi skal bytte plass på klossene, vrir vi de ulike sidene. Hvis du ser for deg en løst Rubiks kube, så vil det å vri en av sidene, tilsvare å vri om på hele den røde seksjonen, hele den gule, hele den blå osv. Sidene kan vrís i to retninger: *med* klokka, og *mot* klokka. Hvis den røde siden (som peker mot deg), skal vrís *med* klokka, vil dette kun bli angitt med **F** (Front). Dersom den røde siden skal vrís *mot* klokka, vil dette angis med **FI** (Front Inverted).

Algortimene

Følgende seksjon tar for seg de faktiske algortimene. Det er nå viktig at du hva F, U, L, R, FI, UI, LI, RI betyr, for nå går vi i gang med selve løsningen av kubens.

Første steg

Du må nå bestemme deg for en startfarge. Dette er den fargen du skal begynne å løse, og den første siden du får komplett. I denne forklaringa, vil jeg velge gul som startfarge (men du står selvfølgelig fritt til å velge en annen). Første steg, er å lage et kryss av denne fargen.

Den midterste klossen lar som sagt ikke flytte på seg. Din oppgave blir derfor å fylle ut de fire andre klossene, slik at disse danner et kryss.



Figur 1: *Et gult kryss på det øverste laget.*

Figur 1 viser hvordan det gule krysset ser ut. De klossene du flytter på, har to farger. Én av sidene er gul, og du må sørge for at *den fargen som ikke er gul, kommer på riktig side!* Hvis du ser på Figur 1, ser du at den gule og oransje klossen er plassert rett fordi det oransje klistremerket er på den oransje siden! Tilsvarende gjelder for den gule og grønne brikkene: det grønne klistremerket er plassert på den grønne siden.

Dette første steget er kanskje det vanskeligste, fordi du rett og slett må lete etter de brikkene du skal bruke, for så å vri dem på riktig plass.

Det er mulig at du kommer i en situasjon der brikken din er "vridt feil" i forhold til hvordan du ønsker å ha den. Det vil si at for eksempel den gule og oransje klossen er plassert der den skal være, men fargene er feil orientert. Figur 2 viser hvordan dette kan se ut. Klossen i midten, har feil orientering. For å fikse på dette problemet, bruker du **din første algoritme!**

Du må nå holde kubene foran deg på samme måte som på Figur 2 : den gule siden skal peke mot taket (**UP**), den blå siden er mot deg (**FRONT**). Det er viktig at du beholder kubene i denne posisjonen gjennom hele algoritmen. Klar? Her kommer den.



Figur 2: *Den gule og blå klossen er rett plassert, men feil orientert.*

- Algoritmen er: **Fi U Li Ui**

Du skal altså vri topplokket én gang mot klokka, deretter det underste laget én gang med klokka, så vrir du den venstre siden én gang mot klokka, før du avslutter med å vri det underste laget én gang mot klokka. Det tar tid å vende seg til denne notasjonen, så bare spør om du lurte på noe.

Gjør du denne algoritmen rett, vil brikken din på magisk vis innrette seg slik den skal! Fortsett å arbeide med kubens helt til du har fått krysset, som i Figur 1.

Andre steg

Det neste steget blir å fylle ut hjørnene på den gule siden. De aktuelle hjørnebrikkene har tre farger.

På Figur 3, er hjørnebrikken vi leter etter den klossen som er gul, oransje og grønn. Let deg nå fram til en hjørnebrikke, og vri den rundt slik at den plasseres rett under der du faktisk skal ha den. På Figur 3, ser du at den nederste hjørnebrikken er oransje og grønn. Den siden som er ned mot bordet er den gul. Denne ligger med andre ord der den skal: rett under dens virkelige plassering.

Den neste algoritmen må du sannsynligvis gjøre flere ganger. Du skal gjøre den helt til hjørnebrikken din er på *rett plass med rett orientering*.



Figur 3: Hjørnebrikken som hører til det nærmeste hjørnet, har fargene gul, oransje og grønn.

Før du går i gang med algorithmen, er det viktig at du holder kubens riktig.



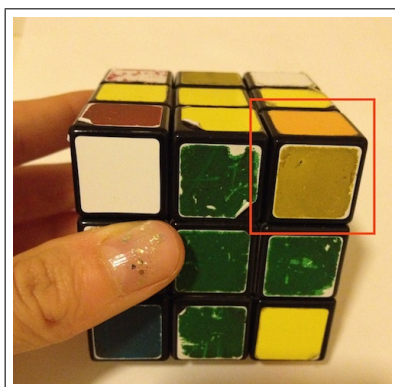
Figur 4: Kryssiden er opp i taket, hjørnebrikken du ønsker å få på plass, er nederst til høyre.

Du skal holde kubens slik at hjørnebrikken du skal sette på plass, er plassert **nederst i ditt høyre hjørne**, sett fra perspektivet når du holder kubens slik at krysset ditt peker opp i taket. Se Figur 4. Deretter kan du utføre algorithmen.

Kommer du i en situasjon der hjørnebrikken din faktisk er plassert der den skal være, men med feil orientering (som på Figur 5), holder du kubens slik at **det aktuelle hjørnet er øverst til høyre**, sett fra perspektivet når du holder kubens slik at krysset ditt peker opp i taket. Slik som på Figur 6.



Figur 5: *Hjørnebrikken er på riktig plass, men har feil orientering.*



Figur 6: *Gul side er opp i taket, hjørnebrikken du skal plassere, er øverst til høyre.*

Når du holder kubene som beskrevet over, er du klar til å utføre algoritmen.

- Algoritmen er: **Ri Di R D**

Som sagt må du antakeligvis gjøre denne algoritmen mer enn én gang. Du vil etterhvert ende opp med at brikken din er plassert riktig.

Du gjentar denne framgangsmåten for alle hjørnebrikkene, helt til den gule siden er komplett. Da har du ikke bare løst én side, du har også sørget for at det *øverste laget* er ferdig utfylt, se Figur 7.

Tredje steg

Du skal nå fylle ut det andre laget.

Du må lete etter en brikke med to farger som **ikke** har en klistelapp med



Figur 7: *Gul side og øverste laget er ferdig utfyllt.*

fargen som er på motsatt side av den siden du allerede har løst ferdig. I mitt tilfelle ønsker jeg en brikke med to farger som ikke har hvitt på seg (fordi den hvite siden er plassert på motsatt side av den gule - som jeg jo har løst).

Jeg leter for eksempel etter brikken som er oransje og grønn, som jeg kan plassere inn som erstatning for den hvite og røde.



Figur 8: *Den oransje og grønne brikken danner ei vertikal linje i midten på den oransje siden.*

Du skal nå vri kubens slik at den klossen du ønsker å flytte på rett plass, danner ei vertikal linje i midten av kubens. Se Figur 8. I Figur 8 ser du at jeg har ei oransje vertikal linje. Klossen nederst i midten på den oransje siden er grønn og oransje, og jeg ønsker å plassere denne der den hvite og røde klossen befinner seg.

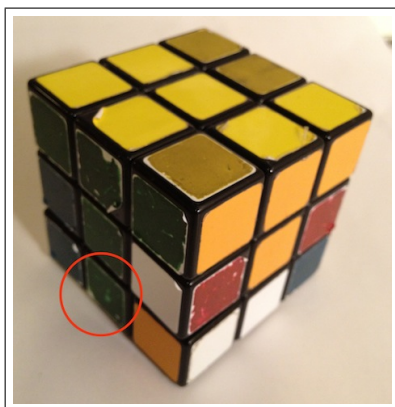


Figur 9: Hold kuben slik at den vertikale linja di peker mot deg, og den ferdig utfylte siden peker opp i taket.

Hold kuben slik at siden med den vertikale linja peker mot deg, slik som i Figur 9. Jeg skal nå flytte den oransje og grønne brikken mot *venstre*, og jeg må bruke venstreversjonen av den neste algortimen.

Når du holder kuben som i Figur9, kan du gjøre venstreversjonen:

- Algoritmen er: **D L Di Li Di Fi D F**



Figur 10: Grønn brikke skal flyttes dit den røde og hvite klossen er.

I Figur 10, har den grønne brikken i den røde ringen oransje klistrelapp som peker ned i bordet. Jeg ønsker å få denne brikken på plassen der den hvite og røde klossen befinner seg. Jeg må altså, når jeg holder kuben som i Figur 11, flytte den grønne og oransje brikken mot *høyre*. Jeg må bruke høyreversjonen av algoritmen.

- Algoritmen er: **Di Ri D R D F Di Fi**



Figur 11: *Den grønne (og oransje) brikken skal flyttes til høyre.*



Figur 12: *Andre lag er også komplett*

Du er klar til å gå videre til neste steg når kubens din har andre lag ferdig utfylt, slik som i Figur 12.

Fjerde steg

Du har nå en kube som har én hel farge, samt to hele lag. Neste steg er å få på plass krysset i bunnen av kubens. I mitt tilfelle tilsvarer dette å få på plass det hvite krysset. Du skal nå snu kubens din, slik at den som til nå har vært ned mot bordet, vender opp i taket.

Du har tre mulige utgangspunkt på dette stadiet. Du må gjøre den neste algoritmen opptil flere ganger, avhengig av hvordan den hvite siden din ser ut.



Figur 13: *Én hvit brikke.*



Figur 14: *En "omvendt L".*



Figur 15: *Ei horisontal linje.*



Figur 16: *Et kryss. Dette er målet!*

- Starter du med kun én hvit brikke (Figur 13), må du gjøre den tre ganger
- Starter du med en "omvendt L" (Figur 14), må du gjøre den to ganger
- Starter du med ei linje som går tvers over kubens (Figur 15), må du gjøre den én gang
- Kanskje er du så heldig at du faktisk *har* krysset i bunnen (Figur 16). Da trenger du ikke den neste algoritmen, og kan gå videre til neste steg

Mest sannsynlig er du i én av de tre første situasjonene beskrevet over, og du må gjøre algoritmen for å få på plass krysset. Det er viktig at du holder kubens din korrekt idet du starter. Avhengig av hvilket utagningspunkt du har, må du orientere kubens på følgende måter:

- Én farge: det er irrelevant hvordan du holder kubens den første gangen du utfører algoritmen, *så lenge den hvite fargen din peker opp i taket* (mer generelt: den fargen som skal peke opp i taket er den som befinner seg på motsatt side av den fargen du først ferdigstilte). Når du har utført den én gang, vil du se at du har fått på plass den "omvendte L"ensom omtales i neste punkt
- Når du har en "omvendt L", må denne plasseres *øverst i det venstre hjørnet når du ser rett på den hvite siden*, slik som i Figur 14. Når du gjør algoritmen, skal denne siden peke opp i taket.
- Når du har ei linje, må denne plasseres slik at linja går horisontalt over

kuben, slik som i Figur 15. La den horisontale linja peke opp i taket når du utfører algortimen.

Når kuben er orientert riktig i forhold til hvilken situasjon du er i, er du klar til å gjøre algortimen.

- Algoritmen er: **F R U Ri Ui Fi**

Gjør denne helt til du har fått på plass krysset.

Femte steg

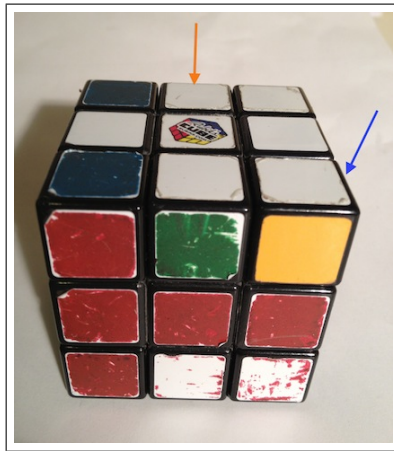
Det neste steget er å få på plass de vertikale linjene som går nedover på midten av alle sidene.



Figur 17: *To vertikale linjer (den oransje og den blå) er på plass.*

Hvis du har gjort alt rett til nå, skal du alltid ha minst to av dem rett plassert. Det kan hende du må vri litt rundt på det øverste laget for å se det. Enten har du to vertikale linjer *rett over hverandre*, eller du har dem *ved siden av hverandre*, slik som i Figur 17.

- Er de to vertikale linjene *rett over hverandre*, orienterer du kuben slik at den ene linja er på **FRONT**-laget, og den andre lengst fra deg (på 'baksiden' av kuben). Siden med krysset du fikk på plass i det forrige steget, skal peke opp i taket. Du må gjøre den neste algortimen **to ganger**.



Figur 18: Den oransje vertikale linja er lengst fra meg, den blå til høyre. Det hvite hjørnet peker opp i taket.

- Har du to vertikale linjer *ved siden av hverandre* (som i Figur 17), plasserer du den ene til høyre for deg (på **RIGHT**-laget), og den andre på motsatt side av deg, altså på baksiden av kubens (Figur 18). Siden med krysset du fikk på plass i det forrige steget, skal peke mot taket. Du må gjøre den neste algoritmen **én gang**.

Når kubens er rett orientert, er du klar for å gjøre algoritmen.

- Algoritmen er: **R U Ri U R U U Ri U**

Når du har gjort denne én eller to ganger, skal du ha vertikale linjer i midten på alle sidene av kubens.

Sjette steg

Du skal nå plassere hjørnenebrikkene riktig. Du kan ha ingen, én eller flere hjørner rett plassert. Så lenge du har én eller flere hjørner som er *feil* plassert, må du gjøre den neste algoritmen én eller flere ganger, helt til alle hjørnene er rett plassert (*men ikke nødvendigvis riktig orientert*).

At et hjørne er riktig plassert, vil si at hjørnebrikken har de tre fargene som tilsvarer de tre sidene den er i kontakt med (Figur 20). At den ikke er riktig orientert, vil si at fargene er "vridd" (Figur 20). I dette steget skal du fokusere på å få plassert alle hjørnene *på rett plass* (Figur 20). Orienteringa tar vi oss av helt til slutt.



Figur 19: *Hjørnet er feil plassert.*



Figur 20: *Hjørnet er rett plassert, men feil orientert.*

Dersom du ikke har noen hjørner på riktig plass, er det ikke viktig hvordan du holder kubene når du gjør algoritmen, så lenge du sørger for at krysset ditt peker opp i taket. Har du derimot ett eller flere hjørner på rett plass, må du bestemme deg for hvilket hjørne du ønsker å arbeide ut ifra. Dette hjørnet skal *alltid* være på samme plass for hver gang du går i gang med algoritmen. Algoritmen må gjøres én eller flere ganger, avhengig av hvor mange hjørner som er plassert rett.

Det er altså viktig at det hjørnet du velger å ta utgangspunkt i alltid er plassert i FRONT-laget, øverst til høyre, slik som i Figur 21. Når du holder kubene som i Figur 21, er du klar for å gjøre algoritmen.

- Algoritmen er: **U R Ui Li U Ri Ui L**



Figur 21: *Et riktig hjørne er plassert øverst til høyre for deg, og det hvite krysset peker opp i taket.*

Sjekk om alle hjørnene dine er riktig plassert. Er de ikke det, gjør du algortimen igjen (pass på at hjørnet du bestemte deg for å arbeide ut ifra, er plassert øverst til høyre før du gjør algortimen på nytt).

Fortsett å gjøre denne helt til alle hjørnene er riktig plassert. Husk at de ikke trenger å være rett orientert!

Sjuende steg

Dette er det siste og morsomste steget! Algortimen du skal bruke, har du lært før, men det gjelder likevel å holde hodet kaldt, for det kan se ut som du ødelegger hele kubens underveis. Men det løser seg på magisk vis til slutt! Du skal nå vri på alle hjørnene slik at de får rett orientering.

Hold kubens slik som i Figur 23. Ett av hjørnene med feil orientering, skal være *øverst til høyre for deg, sett ut ifra perspektivet når det ferdig utfylte krysset peker opp i taket.*

Algortimen under må du gjøre én eller flere ganger, helt til hjørnet har fått riktig orientering. For hver gang du har gjort algortimen, må du se etter om hjørnet har fått riktig orientering. Når dette skjer, er det viktig at du *kun vrir det øverste laget med klokka helt til neste hjørne med feil orientering er plassert i hjørnet øverst til høyre (fortsett sett ut ifra at siden med det ferdig utfylte krysset peker opp i taket).*

Deretter kan du gjøre den samme algortimen igjen, helt til også dette hjørnet er rett plassert.



Figur 22: *Hjørne på rett plass med rett orientering.*



Figur 23: *Utgangsposisjon før du gjør siste algortime: feil orientert hjørne plassert øverst til høyre.*

Slik fortsetter du helt til alle hjørnene er riktig plassert.

- Algoritmen er: **Ri Di R D**

Har du kommet deg hit, så er sjansen stor for at du nettopp har løst Rubiks kube. Det er ikke sikkert du ser det med én gang, for mest sannsynlig må du vri bittelitt på lagene dine for at alle fargene skal komme på riktig plass.

Har du derimot kludra til alt sammen på siste steg, så ikke fortvil. Start på nytt, og prøv igjen. Den siste algoritmen er egentlig den enkleste, men oppleves ofte som veldig vanskelig fordi det ser ut som at du roter til absolutt alt du har gjort fram til nå. Klarer du derimot å holde hodet kaldt uten å se på alt rotet som oppstår, har du kommet langt. Skulle det skjære seg er det bare å starte på nytt. Øvelse gjør mester!

